

**توظيف القيود المتطابقة لاختبار فرضية الاتجاه
الخطي لجداول التوافق المكررة من درجة $(2 \times K)$**

المدرس الدكتور

باسم شليبه مسلم القيسي

قسم الإحصاء – كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة واسط

المستخلص

تم في هذا البحث اشتقاق صيغة اختبار فرضية الاتجاه الخطي لجدول التوافق الثنائي باستخدام توظيف القيود المتطابقة في جدول التوافق والوصول إلى صيغة الباحثين كوكران-ارميتاج Cochran-Armitage نفسها في حالة توفر جدول توافق واحد فقط، وقد تم توضيح ذلك في الملحق A، وهي صيغة لاختبار الفرضية نفسها لأكثر من جدول توافق. وقد تم تطبيق الاختبار على بيانات لجدول واحد وجدولين تتعلق بمعلومات عن دور الحضانة لعامي ٢٠١٠ و ٢٠١١ وقد تم الاستعانة بموضوع تجزئة نماذج الانحدار بطريقة المربعات الصغرى الموزونة المقيدة (Restricted Weighted Least Squares) لتقدير معلمات النماذج المجزئة لإجراء الاختبار.

الكلمات المفتاحية: المربعات الصغرى الموزونة المقيدة، البيانات التصنيفية (المصنفة) الثنائية، القيود المتطابقة، الاتجاه الخطي، جدول التوافق من درجة $2 \times k$ ، نماذج الانحدار المجزئة.

Abstract

In this research was derived formula test the hypothesis linear trend to the binary Contingency Tables with employment equality restrictions in the table of Contingency and access to the formula researchers Cochran-Armitage itself in case provides Contingency Tables and only one has been clarified in Appendix A is a formula to test the hypothesis itself for more one Contingency Tables it applied to the test data for one table and two tables relating to information on nurseries for the years 2010 and 2011 has been the use of the subject of fragmentation regression models in a least squares weighted restricted to estimate the parameters of models fragmented to conduct the test.

Keywords: *Restricted Weighted Least Squares, Binary categorical data, equality restrictions, linear trend, Contingency Table with degree $2 \times k$, fragmented regression models*

١- المقدمة:

تنقسم البيانات إلى نوعين: الأول البيانات التصنيفية (المصنفة) (categorical data) والثاني البيانات العددية (numerical data)، وتبعاً لذلك تنوعت الطرائق الإحصائية المستخدمة لتحليل البيانات، فالطرائق اللامعلمية (Non parametric methods) تستخدم لتحليل النوع الأول، والطرائق المعلمية (parametric methods) تستخدم لتحليل النوع الثاني، وجاء هذا التنوع نتيجة سلوك البيانات وامتلاكها لتوزيع احتمالي معين من عدمه. ويميل الإحصائيون إلى التعامل مع البيانات العددية عند دراستهم لظاهرة من الظواهر بسبب سهولة ومرونة استخدام الطرائق المعلمية، الأمر الذي أدى إلى تطور تلك الطرائق مقارنة بالطرائق اللامعلمية. ونتيجة لتطور بعض العلوم الأخرى وخصوصاً النفسية والاجتماعية والحياتية الخ أصبح للبيانات التصنيفية (المصنفة) أهمية كبيرة كونها اعتمدت أسلوب المعاينة (sampling) من خلال جمع البيانات للظاهرة تحت الدراسة لغرض تحليلها والتوصل إلى أفضل النتائج، هذا الأمر حفز الإحصائيين إلى تطوير الطرائق اللامعلمية واقتراح الجديد منها. تشمل البيانات التصنيفية (المصنفة) ما يأتي:

النوع الأول: البيانات التصنيفية (المصنفة) الثنائية (Binary categorical data).

النوع الثاني: البيانات التصنيفية (المصنفة) الاسمية (nominal categorical data) أو البيانات التصنيفية (المصنفة) الترتيبية (ordinal categorical data).

النوع الأول من البيانات أعلاه -موضوع البحث- كانت موضوعاً للكثير من البحوث والدراسات ضمن موضوع جداول التوافق (Contingency Tables)، وتناولت آليات تطوير واقتراح طرائق الاختبار لفرضيات (التجانس) (Homogeneity) والاستقلالية (independence) والاتجاه الخطي (linear trend) وغيرها من الفرضيات التي تتعلق بجداول التوافق، ومن هذه البحوث نذكر أن الباحث (Herbert M. krizer)^[1] قدم بحثاً تضمن أسلوباً بديلاً عن أسلوب الباحث goodman لتحليل جداول التوافق باستخدام المربعات الصغرى الموزونة (Weighted Least Squares) (WLS). أما الباحثان S.R.Lipsitz, (G.M.Fitzmaurice)^[2] فقد قدما بحثاً تضمن أساليب النمذجة والاستدلال لجداول التوافق باستخدام نموذج الانحدار اللوجستي وانحدار بواسون. والباحثان (Alan Agresti, Brent A.coull)^[3] قدما بحثاً تضمن مسحاً للطرائق التي تستخدم القيود غير المتطابقة في جداول التوافق كالقيود غير المتطابقة على المعلمات لمجموعة من المتغيرات الثنائية العشوائية المستقلة وكذلك الموجودة على نسب الأرجحية (odds ratios) وأيضاً الموضوع على معلمات نماذج loglinear و logit. كما قدم الباحثون (Minerva Montero, et al)^[4] بحثاً تضمن

استخدام المربعات الصغرى العامة لتقدير متعدد مستويات نموذج خطي لعينة من جداول التوافق. والباحثان (Lee-Shen Chen, Ming-Chung Yang)^[5] عرضاً بحثاً تضمن تحديد قيم p (p-values) باستخدام أسلوب بيز غير المعلوماتي لاختبار التجانس الحدي في جداول التوافق من درجة 2×2 . والباحث (Jan Kalina)^[6] قدم بحثاً ومن جملة ما تضمنه برهانا للوصول إلى صيغة الباحث (cochran-armitage) لاختبار فرضية الاتجاه الخطي في جداول التوافق بطريق بديل، اعتمد فيه على طريقة المربعات الصغرى الموزونة. والباحثون (Min Yuag, et al)^[7] قدموا بحثاً تضمن اختباراً حصيناً لجدول التوافق الترتيبية من درجة $J \times L$. أما الباحث القيسي^[8] فقد قدم بحثاً قارن فيه بين مقياسي الارتباط الانتروبي (Entropy) مع بعض المقاييس الشائعة لقياس الارتباط في جداول التوافق من درجة $(K \times K)$ ، إذ اعتمد على فكرة المقارنة والمماثلة في أسلوب الانتروبي الذي اعتمده الباحثان (Jaakko Astola, Ilkka Virtanen) لعرض طريق آخر ومحاولة جديدة لإيجاد كمية المعلومات لجدول التوافق بإيجاد الوسط الهندسي لمعاملتي الانحدار $Y|X$ و $X|Y$ لكمية المعلومات مع الأخذ بنظر الاعتبار مسألة اللورغارتيم عند إيجاد الوسط الهندسي (Geometric mean) لمعاملتي انحدار المعلومات لإيجاد كمية المعلومات المتبادلة.

ويلاحظ مما تقدم أن اغلب البحوث اعتمدت على طريقة المربعات الصغرى الموزونة Wis، وجزء منها اعتمد أسلوب بيز بالاعتماد على العوامل (Factors) كطريق بديل للوصول إلى صيغ اختبار معينة، وهذه نقطة تحسب لها في طريق تطوير الطرائق اللامعلمية بالاستعانة بطريقة تحسب على الطرائق المعلمية، كما وان بعضها^[9] عرج لحالة توفر n من جداول التوافق من درجة $2 \times k$ ذات البيانات الثنائية للظاهرة تحت الدراسة، جمعت البيانات لها من مواقع مختلفة وبوقت واحد وكيف يمكن اختبار حالة التجانس فيها مستفيداً من طريقة المربعات الصغرى الموزونة.

في هذا البحث سيتم توظيف القيود المتطابقة (equality restrictions) الموضوعة تحت فرضية العدم لاختبار الاتجاه الخطي (اختبار تساوي الاحتمالات لكل المجموعات في جدول التوافق) في عملية تقدير الميل الحدي لنموذج الاتجاه الخطي باستخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة المقيدة ومن ثم اختبارها باستخدام (restricted weighted least squares) والبرهنة أن هذا الطريق البديل أيضاً يوصل إلى الصيغة نفسها للباحثين (cochran-armitage) لاختبار فرضية الاتجاه الخطي في جداول التوافق، كما وسيتم تعميم ذلك لـ n من جداول التوافق من درجة $2 \times k$ ذات البيانات الثنائية للظاهرة نفسها تحت الدراسة، جمعت البيانات لها بمدد زمنية مختلفة وموقع واحد وهذا عكس ما تقدم.

ولبلوغ هدف البحث تم تقسيمه إلى أربعة مباحث ضم الأول المقدمة وهدف البحث بينما أحتوى الثاني على الجانب النظري في حين أحتوى الثالث على الجانب التطبيقي وأخيراً فإن المبحث الرابع خصص للاستنتاجات والتوصيات.

٢- الجانب النظري:

٢-١ تعريف:

أ) البيانات التصنيفية (المصنفة) (categorical data)^[10]: هي التي تمثل بشكل تكرارات واقعة ضمن مجموعات مصنفة وفقاً لمستويات أو تصنيفات متغير الدراسة .

البيانات التصنيفية (المصنفة) الثنائية (Binary categorical data): هي التي تمثل بشكل تكرارات واقعة ضمن مجموعات مصنفة وفقاً لمستويات أو تصنيفات متغير الدراسة (مستويين فقط) تحدد حالة النجاح بالنسبة للباحث لأحد المستويين وبهذا يحدد احتمال النجاح لذلك المستوى (التصنيف) (p) واحتمال الفشل للمستوى (التصنيف) الآخر (1-p) لكل مجموعة من المجاميع.

ب) البيانات التصنيفية (المصنفة) الاسمية (Nominal categorical data): هي التي تمثل بشكل تكرارات واقعة ضمن مجموعات مصنفة وفقاً لمستويات أو تصنيفات متغيرات الدراسة الاسمية فقط، أي غير مصنفة وفق مستوى أعلى أو مستوى أقل لمستويات متغير الدراسة. بعكس البيانات التصنيفية (المصنفة) الترتيبية (ordinal categorical data) التي تصنف وفق هذه القاعدة.

ج) فرضية الاستقلالية (independence hypotheses) في جداول التوافق: توضع عندما يراد اختبار استقلالية متغيرين بمستويات (تصنيفات) مختلفة (اثنين فأكثر) وتكتب فرضية العدم (لا توجد علاقة بين مستويات المتغيرين موضوع الدراسة).

د) فرضية التجانس (homogeneity hypotheses) في جداول التوافق: توضع عندما يراد اختبار تماثل أو تساوي توزيع المتغير المصنف (categorical variable) عبر المجتمعات التي تم احتساب التكرارات وفقاً لتصنيفات متغير الدراسة، وتكتب فرضية العدم (توزيع المتغير المصنف هو متماثل لكل مجتمعات الدراسة) (لأكثر من مجتمعين).

هـ) فرضية الاتجاه الخطي (linear trend hypotheses) في جداول التوافق: هو اختبار فرضية التجانس بالاعتماد على الفرضية البديلة بعد تحويلها بشكل نموذج انحدار خطي بسيط تختبر فيه معنوية الميل الحدي للنموذج كما سيمر في البحث.

٢-١ عدد القيود المتطابقة في جدول التوافق $2 \times k$:

نفرض أن لدينا n من جداول التوافق من درجة $(2 \times k)$ ذات المتغير الثنائي (binary variable) ظاهرة واحدة فقط جمعت بياناتها لموقع واحد بمدد زمنية مختلفة) كالآتي:

جدول (١)

يبين تكرارات النجاح والفشل لمتغير ثنائي في جدول التوافق (i) من درجة $2 \times k$.

مجموع	G_{Ki}		G_{2i}	G_{1i}	المجموعات المتغير المصنف
m_{si}	m_{ski}		m_{s2i}	m_{s1i}	نجاح s
m_{fi}	m_{fki}		m_{f2i}	m_{f1i}	فشل f
m_i	m_{ki}		m_{2i}	m_{1i}	مجموع

حيث للجدول السابق:

$$i=1,2,\dots,n, k=1,2,\dots,K, K>2$$

إذ أن:

m_{ski} : مجموع تكرارات التصنيف الأول للمتغير (حالة النجاح المثبتة من قبل الباحث) للمجموعة k في الجدول i .

m_{fki} : مجموع تكرارات التصنيف الثاني للمتغير (حالة الفشل المثبتة من قبل الباحث) للمجموعة k في الجدول i .

m_{ki} : مجموع التكرارات الكلية للتصنيفين (حالتى النجاح والفشل) للمجموعة k في الجدول i .

m_{si} : مجموع تكرارات التصنيف الاول للمتغير (حالة النجاح) للمجموعات جميعها في الجدول i .

m_{fi} : مجموع تكرارات التصنيف الثاني للمتغير (حالة الفشل) للمجموعات جميعها في الجدول i .

m_i : مجموع التكرارات الكلية للتصنيفين (حالتى النجاح والفشل) للمجموعات جميعها في الجدول i .
أي أن:

$$m_{1i} + m_{2i} + \dots + m_{Ki} = \sum_{k=1}^K m_{ki} = m_i$$

ويمكن إعادة كتابة الجدول (١) باستخدام نموذج ثنائي الحدين (binary model)^[11] كالآتي:

جدول (٢)

احتمالات النجاح والفشل لمتغير ثنائي في جدول التوافق (i) من درجة $2 \times K$.

المجموعات	G_{1i}	G_{2i}		G_{Ki}
المتغير المصنف				
نجاح s	p_{1i}	p_{2i}		p_{Ki}
فشل f	$1 - p_{1i}$	$1 - p_{2i}$		$1 - p_{Ki}$
مجموع	1	1		1

إذ أن:

P_{Ki} : يمثل احتمال تصنيف حالة النجاح للمجموعة K في الجدول i.

ولكي يتم توظيف القيود المتطابقة في عملية اختبار فرضية الاتجاه الخطي في جداول التوافق لابد من تحديد عددها وهذا يستوجب التعامل مع جدول واحد فقط ومن ثم يعمم العدد لـ n من الجداول، فبالرجوع إلى الجدول (١) عندما $(i=1)$ وبافتراض أن الجدول رتب وفقاً لآلية المتغير الترتيبي (ordinal variable) يمكن وضع فرضية التجانس (homogeneity hypotheses) كالآتي^[12]:

$$H_0: P_1 = P_2 = \dots = P_K$$

$$H_1: P_1 < P_2 < \dots < P_K$$

.....(1)

ويمكن كتابة فرضية مكافئة للفرضية (1) كالآتي^{[13] [14]}:

$$H_0: P_1 = P_2 = \dots = P_K$$

$$H_1: P_k = p + \beta s_k \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad \beta \neq 0$$

.....(2)

إذ أن:

S_k : تمثل القيم التي بموجبها ترتب أعمدة الجدول (١) ويطلق عليها (scores) ويمكن القول أنها بمثابة أوزان (weighted) يرجح بها ترتيب أعمدة الجدول.

وان اختبار الفرضية (2) يعني اختبار الاتجاه الخطي (linear trend) في جداول التوافق. وقد ذكر الباحث Jan Kalina^[15]، أن الباحثين (cochran-armitage) اقترحاً لصيغة اختبار للفرضية (2) معتمداً على الفرضية البديلة باعتبارها نموذجاً للانحدار وان (β, p) هي

معلمات الأنموذج المجهولة إذ اعتبر أن β يمثل الميل الحدي للأنموذج، وان الأوزان S تمثل مشاهدات المتغير التوضيحي، فوضع الفرضية الآتية:

$$H_0: \beta = 0$$

$$H_1: \beta \neq 0$$

.....(3)

وصيغة الاختبار لها كانت كالآتي :-

$$\chi^2 = \frac{m \left[m \sum_{k=1}^K s_k m_{1k} - m_s \sum_{k=1}^K s_k m_k \right]^2}{m_s m_f \left[m \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - \left(\sum_{k=1}^K s_k m_k \right)^2 \right]} \quad \dots \dots \dots (4)$$

والصيغة (4) تتقارب من توزيع مربع كاي χ^2 بدرجة حرية واحدة فقط.

وعليه نستنتج انه يتوفر من كل جدول توافق من درجة (2xK) قيد متطابق واحد كما هو الحال في الفرضية (3) لذا يصبح لدينا n من القيود المتطابقة بحسب الجداول المتوفرة عن الظاهرة موضوع البحث.

٢-٣ المربعات الصغرى الموزونة المقيدة واختبار القيود المتطابقة

أن طريقة المربعات الصغرى الموزونة المقيدة (Restricted Weighted Least Squares) تحسب على الطرائق المعلمية لتقدير معلمات أنموذج الانحدار الخطي التي تقوم بتوظيف القيود المتطابقة الموضوعة على بعض أو كل المعلمات في عملية التقدير ومن خلال تحليل مجموع مربعات الخطأ الناتجة عند استخدام المربعات الصغرى الموزونة المقيدة (RLS) وأسلوب المربعات الصغرى الموزونة [WLS] يتم اختبار القيود المتطابقة لـ n من جداول التوافق من درجة 2Xk^[16]، وعليه لإجراء الاختبار لابد أولاً من تعريف نموذج الانحدار لجدول توافق واحد بالاعتماد على الفرضية البديلة المعرفة في (2)، وثانياً تقدير معلمات الأنموذج باستخدام (RLS)، فضلاً عن التقدير باستخدام [WLS] ومن ثم تعميم للجدول جميعها وكالآتي:

بالرجوع إلى الجدول (١) عندما (i=1) يمكن استخراج الاحتمالات المقدرة كالآتي:

$$\hat{P}_1 = \frac{m_{11}}{m_1}, \quad \hat{P}_2 = \frac{m_{12}}{m_2}, \quad \dots \dots \hat{P}_K = \frac{m_{1K}}{m_K}$$

وتحت افتراض صحة فرضية العدم فانه يمكن نعرف P بأنه احتمال النجاح عبر المجموعات كافة وعليه يمكن كتابة أنموذج الانحدار الآتي:

$$\hat{P}_k = P + \beta s_k + U_k \quad (5)$$

$$k=1,2,\dots,K$$

ويلاحظ من النموذج (5) انه يعاني من مشكلة عدم تجانس التباين للخطأ العشوائي إذ أن:

$$V(\hat{P}_k) = V\left(\frac{m_{1k}}{m_k}\right) = \frac{1}{m_k^2} V(m_{1k}) = \frac{m_k P(1-P)}{m_k^2} = \frac{P(1-P)}{m_k}$$

وهذا يعني أن تباين المتغير المعتمد في النموذج (5) غير متساوي وبما أن تباين المتغير المعتمد هو نفسه تباين الخطأ العشوائي U_k [17]، لذا بتقدير احتمال النجاح P يمكن كتابة تباين الأخطاء العشوائية يكون كالآتي:

$$V(U_k) = \frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{m_k} = \frac{1}{\frac{m_k}{\hat{P}(1-\hat{P})}} = \frac{1}{w_k}, \quad \hat{P} = \frac{m_g}{m}$$

وبافتراض أن عدد المجموعات كبير وخضوع النموذج إلى فروض المربعات الصغرى فان:

$$U_k \sim N\left(0, \frac{1}{w_k}\right) \quad k = 1, 2, \dots, K$$

وبإعادة كتابة النموذج (5) باستخدام المصفوفات نحصل على الآتي [18]:

$$\begin{bmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \\ \vdots \\ \hat{p}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s_1 \\ 1 & s_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & s_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_K \end{bmatrix}$$

$$\dots\dots\dots(6)$$

$$Y = X\theta + U$$

$$\dots\dots\dots(7)$$

إذ أن:

Y : موجه ذو مرتبة $(K \times 1)$ من مشاهدات المتغير المعتمد.

X : مصفوفة ذات مرتبة $(K \times 2)$ من مشاهدات المتغيرات التوضيحية.

θ : موجه ذو مرتبة (2×1) من معلمات النموذج المجهولة.

U : موجه ذو مرتبة $(K \times 1)$ من مشاهدات الأخطاء العشوائية.

وان:

$$U \sim MVN(0, W)$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{w_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{w_K} \end{bmatrix} \quad w_k = \frac{m_k}{\hat{p}(1-\hat{p})} \quad , \quad \hat{p} = \frac{m_s}{m}$$

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة WLS يمكن تقدير معلمات النموذج (7) بالصيغة الآتية [19]:

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = (XW^{-1}X)^{-1}XW^{-1}Y$$

.....(8)

$$\begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{m_s \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - (\sum_{k=1}^K s_k m_{sk})^2}{m \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - (\sum_{k=1}^K s_k m_k)^2} \\ \frac{m \sum_{k=1}^K s_k m_{sk} - m_s \sum_{k=1}^K s_k m_k}{m \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - (\sum_{k=1}^K s_k m_k)^2} \end{bmatrix}$$

.....(9)

وان مصفوفة التباين والتباين المشترك للمعلمات يمكن إيجادها بالصيغة الآتية:

$$V - COV(\hat{\theta}) = (XW^{-1}X)^{-1}$$

.....(10)

إن ما تقدم للحصول على الصيغ (9) (10) يوافق ما توصل إليه الباحث (Jan Kalina) [20] الذي بين انه يمكن الوصول إلى صيغة الاختبار المعرفة في (4) بطريق آخر بديل باستخدام اختبار والد (Wald) من خلال استخدام الصيغة الآتية:

$$\frac{\hat{\beta}^2}{v(\hat{\beta})} \sim \chi^2$$

.....(11)

وهنا يمكن إثبات انه التوصل إلى الصيغة (4) بطريق بديل آخر من خلال توظيف القيد المتطابق المعرف بالصيغة (3) واستخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة المقيدة RWLS

[21]، إذ يتم اختبار معنوية القيد الموضوع على معلمة الميل الحدي بتحليل مجموع مربعات الخطأ الناتجة من استخدام RWLS ومجموع مربعات الخطأ الناتجة من استخدام WLS كالآتي: بالرجوع إلى النموذج (7) يمكن استخراج مجموع مربعات الخطأ بالصيغة الآتية:

$$S = \hat{e}e = (Y - X\hat{\theta}_{WLS})' W^{-1} (Y - X\hat{\theta}_{WLS}) \quad (12)$$

وبكتابة القيد المتطابق المعرف بالصيغة (3) كالآتي:

$$H_0 : [0 \quad 1] \begin{bmatrix} P \\ \beta \end{bmatrix} = 0$$

$$H_0 : R\theta = 0$$

$$\dots\dots\dots(13)$$

إذ أن:

R: موجه ذو مرتبة (1x2) من القيود المتطابقة الموضوع على معلمات النموذج. وبتوظيف القيد (13) يمكن الحصول على مقدرات RWLS للمعلمات باستخدام مضاعف لانكرانج (Langrange Multiplier) كالآتي:

$$\ddot{U} \ddot{U} = (Y - X\hat{\theta}_{WLS})' (Y - X\hat{\theta}_{WLS}) - 2\gamma' R\theta \quad (14)$$

إذ أن:

γ : مضاعف لانكرانج.

وبإجراء الاشتقاق الجزئي للمعلمات θ, γ ومساواتها إلى الصفر وحلها نحصل على التالي [22] (للتعرف على خطوات الاشتقاق مع الانتباه إلى وجود المصفوفة W):

$$\hat{\theta}_{RWLS} = \hat{\theta}_{WLS} - (X'W^{-1}X)^{-1} R' [R(X'W^{-1}X)^{-1} R']^{-1} R \hat{\theta}_{WLS} \quad (15)$$

ويمكن وضع مجموع مربعات الخطأ الناتجة باستخدام المقدّر المعرف (15) كالآتي:

$$\ddot{S} = \hat{e}\hat{e} = (Y - X\hat{\theta}_{RWLS})' W^{-1} (Y - X\hat{\theta}_{RWLS}) \quad (16)$$

وبإجراء بعض الخطوات يمكن التوصل إلى الآتي:

$$\bar{S} = S + \hat{\theta}_{WLS} \hat{R} \left[R(\hat{X}W^{-1}X)^{-1} \hat{R}' \right]^{-1} R \hat{\theta}_{WLS} \quad (17)$$

وبطرح المعادلة (12) من المعادلة (17) نحصل على الآتي:

$$\varphi = \hat{\theta}_{WLS} \hat{R} \left[R(\hat{X}W^{-1}X)^{-1} \hat{R}' \right]^{-1} R \hat{\theta}_{WLS} \quad (18)$$

والصيغة (18) تتوزع توزيع مربع كاي بدرجة حرية واحدة. وعند تعويض قيم ما يعادل من الرموز في الصيغة نحصل صيغة الباحثين (cochran-armitage) نفسها (انظر الملحق B) وبهذا يتحقق الهدف الأول من البحث (توظيف قيد متطابق واحد حول الميل الحدي في عملية تقدير معلمات أنموذج الانحدار الخطي البسيط لفرضية الاتجاه الخطي في جدول توافق واحد من درجة $2 \times k$ واختباره يوصل إلى صيغة الباحثين (cochran-armitage) لاختبار الفرضية نفسها.

٢-٤ اختبار القيود المتطابقة لـ n من جداول التوافق من درجة $2 \times k$

في المبحث السابق تم كتابة أنموذج الانحدار لجدول توافق واحد من درجة $2 \times k$ ومعرف بالصيغة (7) وعليه يمكن تعريف نماذج لـ n من جداول التوافق كالاتي:

$$Y_i = X_i \theta_i + U_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

وبإعادة كتابته بأسلوب المصفوفات نحصل على الآتي:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} \quad (20)$$

وعليه يكون الأنموذج (20) كالاتي:

$$Z = F\tau + \epsilon \quad (21)$$

إذ أن:

$$Z_{(Kn \times 1)} = \begin{bmatrix} \hat{P}_{11} \\ \vdots \\ \hat{P}_{K1} \\ \vdots \\ \hat{P}_{12} \\ \vdots \\ \hat{P}_{K2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \hat{P}_{1n} \\ \vdots \\ \hat{P}_{Kn} \end{bmatrix}, \quad \tau_{(2n \times 1)} = \begin{bmatrix} P_1 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ P_2 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ P_n \\ \beta_n \end{bmatrix}, \quad \epsilon_{(Kn \times 1)} = \begin{bmatrix} U_{11} \\ \vdots \\ U_{K1} \\ \vdots \\ U_{12} \\ \vdots \\ U_{K2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ U_{1n} \\ \vdots \\ U_{Kn} \end{bmatrix}$$

$$F_{(Kn \times 2n)} = \begin{bmatrix} 1 & s_{11} & \vdots & 0 & 0 & \vdots & \vdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 1 & s_{K1} & \vdots & 0 & 0 & \vdots & \vdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 1 & s_{12} & \vdots & \vdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 1 & s_{K2} & \vdots & \vdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & \vdots & 1 & s_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & \vdots & 1 & s_{Kn} \end{bmatrix}$$

وان:

$$E(\xi \xi) = \begin{bmatrix} E\hat{U}_1 U_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & E\hat{U}_n U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & W_n \end{bmatrix} = W_{(Kn \times Kn)} \quad \phi I_n = \omega_{(Kn \times Kn)}$$

ϕ : يعني الضرب المباشر.

ويمكن الحصول على مجموع مربعات الخطأ كالاتي:

$$\hat{S} = (Z - F\hat{t}_{WLS})' \omega^{-1} (Z - F\hat{t}_{WLS}) \quad \dots\dots\dots(22)$$

إذ أن:

$$\hat{\tau}_{WLS} = (\hat{F} \omega^{-1} F)^{-1} \hat{F} \omega^{-1} Z$$

.....(23)

ويمكن كتابة فرضية الاتجاه الخطي لـ n من جداول التوافق من درجة $2 \times k$ كالآتي:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = 0$$

.....(24)

وبإعادة كتابة الفرضية التي تمثل n من القيود كالآتي:

$$R_{(n \times 2n)} \tau_{(2n \times 1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & \dots & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 & \vdots & \dots & \vdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & \dots & \vdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ P_2 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ P_n \\ \beta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

.....(25)

وبتوظيف القيود المعرفة بالصيغة (25) في عملية التقدير واستخدام الخطوات نفسها التي تم استخدامها في المبحث السابق نحصل على مقدرات طريقة المربعات الصغرى الموزونة المقيدة RWLS للمعلومات أنموذج الانحدار (21) كالآتي [23]:

$$\hat{\tau}_{RWLS} = \hat{\tau}_{WLS} - (\hat{F} \omega^{-1} F)^{-1} \hat{R} \left[R (\hat{F} \omega^{-1} F)^{-1} \hat{R} \right]^{-1} R \hat{\tau}_{WLS}$$

.....(26)

وكذلك مجموع مربعات الخطأ الناتجة من استخدام المقدر (26) يكون كالآتي:

$$\hat{S} = (Z - F \hat{\tau}_{RWLS})' \omega^{-1} (Z - F \hat{\tau}_{RWLS})$$

.....(27)

وبطرح المعادلة (22) من المعادلة (27) نحصل على الآتي:

$$\varphi = \hat{\tau}_{WLS} \hat{R} \left[R (\hat{F} \omega^{-1} F)^{-1} \hat{R} \right]^{-1} R \hat{\tau}_{WLS}$$

.....(28)

والصيغة (28) تتوزع توزيع مربع كاي بدرجة حرية n وتقبل الفرضية (25) عندما تكون قيمة $\varnothing$ أقل من قيمة مربع كاي الجدولية بدرجة حرية n .

وتجدر الإشارة هنا انه في حالة أن يكون ($n=1$) فإن الصيغة (28) العامة تكتب بالشكل الذي تم تعريفه بالصيغة (18) أي بمعنى أن الصيغة (18) هي حالة خاصة من الصيغة (28)، وبهذا يتحقق الهدف الثاني من البحث وهو الحصول على صيغة اختبار فرضية الاتجاه الخطي (linear trend) لـ n من جداول التوافق من درجة $2 \times K$ بتوظيف n من القيود المتطابقة حول الميل الحدي في عملية تقدير معلمات n من نماذج الانحدار الخطي البسيط لفرضية الاتجاه الخطي في n جدول توافق من درجة $2 \times K$.

٢-٥ تحديد قيم scores

أن تحديد قيم score تعتمد على التجربة نفسها، فمثلا إجراء تجربة على فئران (ذكور-إناث) بجرات مختلفة متزايدة الأمر الذي يؤدي إلى ظهور الترتيب order أو تعتمد على الباحث إذ يعطي قيم $(0,1,2,...,k)$ تبعاً لصفة أو مقياس أو وحدات تختلف بتزايد من عينة إلى أخرى وهكذا.

٣- الجانب التطبيقي:

تم إجراء تطبيقان عمليان الأول يتعلق بتطبيق الأسلوب الذي تم تبنيه في اختبار فرضية الاتجاه العام لجدول التوافق من درجة $2 \times K$ وكذلك الأسلوب نفسه لجدولين توافقيين من الدرجة نفسها المتعلق بالظاهرة موضوع البحث وكالاتي:

التطبيق الأول:

اعتمد التطبيق الأول على بيانات تخص معلومات عن تطبيق البرنامج التربوي في دور الحضانة بحسب المحافظة وعدد زيارات لجان المتابعة للعام ٢٠١١ وهي البيانات التي تم نشرها ضمن إحصاءات وحدات الرعاية الاجتماعية في العراق للعام ٢٠١١ المتوفرة لغاية انجاز البحث وقبل الخوض بالتفاصيل نعرض بشكل موجز أهم الأنشطة التي يتضمنها البرنامج التربوي^١ وهي:

^١ الخفاجي، زينب محمد " الأنشطة التربوية في دور الحضانات الحكومية وعلاقتها ببعض المتغيرات" مجلة البحوث التربوية والنفسية ، جامعة بغداد العدد ٣٠، ص-ص (٢٣٦-٢٧٨).

أ) الأنشطة الحسية الحركية: وهذه الأنشطة تتمثل بالتمارين الرياضية التي تستخدمها مربية الحضانة عن طريق قراءة القصة للأطفال ومن ثم الطلب منهم تمثيلها حركياً، مثلاً تقليد مشية القطة أو تقليد حركة جناح الفراشة.

ب) الأنشطة الصحية: تقوم المربية بقراءة القصة المتعلقة بالصحة والعادات الصحية الصحيحة، كذلك تعليقاً للنشرات الجدارية التي تحث على التصرف الصحي الصحيح، مثلاً تجنب العطاس في وجه رفيقه وإنما وضع المنديل على فمه عند العطاس وغيره.

ج) الأنشطة الاجتماعية: تهدف الأنشطة الاجتماعية إلى بناء شخصية الطفل المتكاملة، كما أنها ترسخ القيم، وتعمل على تعويد الطفل على تحمل المسؤولية وتكسبه خبرات ومهارات.

د) الأنشطة الروحية والخلقية: تهدف الأنشطة الروحية والخلقية إلى تنمية الاتجاهات والقيم الروحية والدينية وغرس عقيدة الإيمان بالله سبحانه وتعالى وتنمية المفاهيم الأخلاقية السليمة من خلال استعمال التعابير البسيطة حول الخير والشر.

هـ) الأنشطة اللغوية: تستخدم الأنشطة المسرحية والدمى المتحركة والأغاني والأناشيد لتعليم الطفل على اللفظ الصحيح، وذلك عن طريق سرعة التأثر والانفعال لدى الطفل لوجود اتصال ما بين الأذن الوسطى التي تورد الصوت والمركز السمعي عند الطفل.

و) الأنشطة الفنية والجمالية والموسيقى: يسهم الرسم في تنمية قدرات الطفل الفنية والجمالية، لأن الفصيلة هي جمال النفس والروح، أما الأنشطة الموسيقية والمتضمنة الغناء والعزف على الآلات الإيقاعية تساعد الطفل على التفاعل الاجتماعي. وكانت البيانات كالاتي:

جدول (٣) يبين معلومات متفرقة عن دور الحضانة بحسب المحافظة لسنة ٢٠١١

عدد زيارات لجان المتابعة	الدار مطبقة للبرنامج التربوي			المحافظة
	المجموع	لا	نعم	
64	45	24	21	نينوى
29	8	3	5	كركوك
0	3	2	1	ديالى
16	4	2	2	الانبار
278	202	31	171	بغداد
20	20	10	10	بابل
7	6	3	3	كربلاء
8	9	4	5	واسط

13	12	3	9	صلاح الدين
70	12	0	12	النجف
15	6	2	4	القادسية
11	5	1	4	المنشي
11	13	6	7	ذي قار
2	7	6	1	ميسان
26	28	21	7	البصرة
-	380	118	262	المجموع

(المصدر: مديرية الإحصاء الاجتماعي والتربوي - الجهاز المركزي للإحصاء - وزارة التخطيط).
.

وبعد ترتيبها تبعا لعدد زيارات لجان المتابعة تكون كالآتي:

جدول (٤) يبين معلومات متفرقة عن دور الحضانة بحسب المحافظة لسنة ٢٠١١ بعد ترتيبها وفقاً لعدد زيارات لجان المتابعة

المحافظة	نعم (نجاح)	لا (فشل)	المجموع	عدد زيارات لجان المتابعة	Score(s)
ديالى	1	2	3	0	0
ميسان	1	6	7	2	1
كربلاء	3	3	6	7	2
واسط	5	4	9	8	3
المنشي	4	1	5	11	4
ذي قار	7	6	13	11	5
صلاح الدين	9	3	12	13	6
القادسية	4	2	6	15	7
الانبار	2	2	4	16	8
بابل	10	10	20	20	9
البصرة	7	21	28	26	10

توظيف القيود المتطابقة لاختبار فرضية الاتجاه الخطي لجدول التوافق.....

11	29	8	3	5	كركوك
12	64	45	24	21	نينوى
13	70	12	0	12	النجف
14	278	202	31	171	بغداد
-	-	380	118	262	المجموع

وباستخدام البرنامج الجاهز spss وبرنامج الأكسل تم تحليل البيانات والحصول على النتائج الآتية:

جدول رقم (٥) يبين بعض المؤشرات الإحصائية

المعلومات	المقدرات	الخطأ المعياري	اختبار t	p-value
$\hat{\theta}$	.389	.087	4.472	.001
$\hat{\beta}$	.027	.012	2.230	.044

وبتطبيق الصيغتين (4) (28) واستخدام المعلومات في الجدول أعلاه نحصل على الجدول الآتي:

جدول رقم (٦) يبين قيم اختبار كوكران -ارميتاج واختبار توظيف القيود المتطابقة

اسم الاختبار	اختبار كوكران -ارميتاج	اختبار توظيف القيود المتطابقة
قيمة مربع كاي $\chi^2_{(1)}$	5.937727	5.0625
قيمة مربع كاي $\chi^2_{(1,0.05)}$	3.841	
معنوية الاختبار	معنوي	معنوي

وبلاحظ من الجدول (٦) ما يأتي:

أ) اختلاف قيمة اختبار كوكران -ارميتاج عن قيمة اختبار توظيف القيود بشكل بسيط على الرغم من إثبات تساوي القيمتين نظرياً وهذا ناتج من التقريب إذ أن اختبار توظيف القيود يعتمد على مقدر طريقة المربعات الصغرى الموزونة التي يكون الاحتمال لحالات النجاح كمتغير معتمد وكذلك أن تعريف متغير الأوزان يعتمد على الاحتمال الكلي لحالة النجاح والفشل كما تم تعريفه في الجانب النظري.

ب) إن كلا الاختبارين معنويين مقارنة مع قيمة مربع كاي الجدولية تحت مستوى معنوية 0.05 وهذا يعني أن المعلمة β (الاتجاه الخطي) لا تساوي صفراً، أي أن الاحتمال (نعم) (الدار مطبقة للبرنامج التربوي) غير متساوي عبر المحافظات تحت الدراسة.

التطبيق الثاني:

بالاعتماد على بيانات جدولين توافقين للعامين ٢٠١٠ و ٢٠١١ وللظاهرة نفسها تحت الدراسة سيتم تحليل البيانات للجدولين كالاتي:

جدول (٧) يبين معلومات متفرقة عن دور الحضانة بحسب المحافظة لسنة ٢٠١٠

Score(s)	عدد زيارات لجان المتابعة	الدار مطبقة للبرنامج التربوي			المحافظة
		المجموع	لا	نعم	
0	0	2	2	0	الانبار
1	0	2	2	0	ديالى
2	2	3	1	2	ميسان
3	3	6	5	1	ذي قار
4	3	24	4	20	نينوى
5	4	4	3	1	كربلاء
6	8	2	1	1	المتنى
7	9	5	4	1	واسط
8	14	12	8	4	البصرة
9	16	9	2	7	صلاح الدين
10	19	11	6	5	بابل
11	22	8	6	2	كركوك
12	23	4	1	3	القادسية
13	29	11	0	11	النجف
14	132	167	31	136	بغداد
-	-	270	76	194	المجموع

(المصدر: مديرية الإحصاء الاجتماعي والتربوي - الجهاز المركزي للإحصاء - وزارة التخطيط).

وبعد ترتيبها تصاعديا تبعا لعدد الزيارات نحصل على الآتي:

جدول (٨) يبين معلومات متفرقة عن دور الحضانة بحسب المحافظة لسنة ٢٠١٠ بعد ترتيبها

وفقا لعدد زيارات لجان المتابعة

عدد زيارات لجان المتابعة	الدار مطبقة للبرنامج التربوي			المحافظة
	المجموع	لا	نعم	
3	24	4	20	نينوى
22	8	6	2	كركوك
0	2	2	0	ديالى
0	2	2	0	الانبار
132	167	31	136	بغداد
19	11	6	5	بابل
4	4	3	1	كربلاء
9	5	4	1	واسط
16	9	2	7	صلاح الدين
29	11	0	11	النجف
23	4	1	3	القادسية
8	2	1	1	المتنى
3	6	5	1	ذي قار
2	3	1	2	ميسان
14	12	8	4	البصرة
284	270	76	194	المجموع

وباستخدم البرنامج الجاهز spss وبرنامج الأكسل تم تحليل البيانات والحصول على النتائج

الآتية:

$$\hat{t}_{WLS} = [0.161 \quad 0.044 \quad 0.389 \quad 0.027]$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{F} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 14 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 14 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \text{diag}[1/w_{11} \quad \dots \quad 1/w_{151} \quad 1/w_{12} \quad \dots \quad 1/w_{152}]$$

إذ أن:

$$1/w_{ki} = 1/(\frac{m_{ik}}{\hat{p}_{si}(1-\hat{p}_{si})}) \quad , \quad k = 1,2,\dots,15 \quad , i = 1,2$$

وان:

$\hat{P}_{si}$: يمثل احتمال النجاح في جدول التوافق رقم i الذي يتم إيجاده $(\hat{p}_{si} = \frac{m_{si}}{m_i})$ أي أن:

$$\hat{P}_{s1} = 0.718519 \quad , \quad \hat{P}_{s2} = 0.689474$$

ويمكن درج أوزان للجداولين التوافقيين لدور الحضانة للعامين ٢٠١٠ ويرمز له بالرقم ١ و ٢٠١١ ويرمز له بالرقم ٢ وكالاتي:

$1/w_{k2}$	$1/w_{k1}$	K
0.071367	0.101125	1
0.030586	0.101125	2
0.035683	0.067416	3
0.023789	0.033708	4
0.04282	0.008427	5
0.016469	0.050562	6
0.017842	0.101125	7
0.035683	0.04045	8
0.053525	0.016854	9
0.010705	0.022472	10
0.007646	0.018386	11
0.026762	0.025281	12
0.004758	0.050562	13
0.017842	0.018386	14
0.00106	0.001211	15

وباستخدام برنامج matlab يمكن التوصل إلى قيمة الاختبار المعرفة في الصيغة (28) التي تكون قيمته (57.6597) التي تقارن مع قيمة مربع كأي الجدولية بدرجة حرية (2) ومستوى معنوية 0.05 (5.991)، وبالمقارنة نجد أن قيمة مربع كأي المحتسبة أكبر من الجدولية، وهذا يعني رفض فرضية العدم ($H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$) وقبول الفرضية البديلة ($H_1 : \beta_1 \neq \beta_2 \neq 0$) أي أن لاحتفال غير متساوي لكل المحافظات ولكلا الجدولين ويدل ذلك على اختلاف تطبيق دور الحضانة في المحافظات لتطبيق البرنامج التربوي من محافظة إلى أخرى.

الاستنتاجات والتوصيات:

من خلال سير البحث تم التوصل إلى الآتي:

١- تكافؤ وتساوي صيغة اختبار توظيف القيود المتطابقة المعتمدة في هذا البحث المعرفة في الصيغة (18) لاختبار فرضية الاتجاه الخطي في جدول توافق واحد من درجة $2 \times k$ لصيغة الاختبار التي وضعها الباحثان كوكران -ارميتاج (cochran-armitage) المعرفة في الصيغة (4) وفق الاشتقاق الموضح في الملحق (A).

٢- قدرة صيغة اختبار توظيف القيود المتطابقة على اختبار أكثر من جدول توافق من درجة $2 \times k$ وتتيح للباحث من استخدام بعض الطرائق المعلمية في آلية توفر بيانات لمتغيرات غير عديدة كاستخدام تجزئة نماذج الانحدار.

٣- اعتمادا على بيانات الجانب التطبيقي وتحليلها نستنتج تباين واختلاف دور الحضانة في المحافظات تحت الدراسة في تطبيق البرنامج التربوي وان احتمال حالة النجاح (نعم) المثبتة في البحث (تطبيق البرنامج التربوي) غير متساوي للمحافظات بعد رفض فرضية الاتجاه الخطي لبيانات عام ٢٠١١ وهذا يدل على تأثر الأطفال الموجودين في دار الحضانة سلبا في اكتساب الخبرات التي تتضمنها أنشطة البرنامج التربوي المحدد من قبل الجهات الرسمية من محافظة إلى أخرى، وهذا الحال ينطبق على تحليل بيانات الجدولين التوافقيين للعامين ٢٠١٠ و ٢٠١١، علماً أن نسبة تطبيق البرنامج تزداد بزيادة عدد زيارات لجان المتابعة المتخصصة.

وعليه يوصي الباحث بالآتي:

١- اعتماد طريقة اختبار توظيف القيود لاختبار فرضية الاتجاه الخطي لداول التوافق علما بان صيغة الاختبار التي وضعها الباحثان كوكران -ارميتاج (cochran-armitage) هي حالة خاصة من اختبار توظيف القيود عندما يكون لدينا جدول توافق واحد فقط.

٢- فيما يخص الجانب التطبيقي يوصي الباحث بتكثيف زيارات اللجان المتخصصة لمتابعة تطبيق أنشطة البرنامج التربوي لدور الحضانة لاكتساب أطفالنا المزيد من المعلومات التي من شأنها أن ترتقي بتفكير الطفل وتزيد من قابليته البدنية والعقلية لاسيما أن عراقنا الحبيب يحتاج جيلا بينيه حاضرا ومستقبلا.

الهوامش :

- [1] Herbert M. krizer, (1978), "**Analyzing Contingency Tables By Weighted Least Squares: An Alternative To The Goodman Approach**", political methodology, v.5, PP. 277-326.
- [2] S. R. Lipsitz, G. M. Fitzmaurice, (1999), "**analysis categorical data**", biometrics, v.1, EOLSS, PP. 113-150.
- [3] Alan Agresti, Brent A.coull, (2002), "**The analysis of Contingency Tables under inequality constraints**", Journal of statistics planning and Inference ,107,PP. 45-73.
- [4] Minerva Montero, Ernestina Castell, Mario Miguel Ojeda, (2007), "**Fitting A Multilevel Linear Model To A sample of Contingency Tables using Generalized least squares**", revista investigacion oper Cional, v.28 ,no.3, pp. 204-214.
- [5] Lee-Shen Chen, Ming-Chung Yang, (2009), "**Non Informative Bayesian p-Value for testing marginal homogeneity in 2x2 Contingency Tables**", tamkang journal of mathematics, v.40, no.40, pp. 415-427.
- [6] Jan Kalina, (2011), "**Some tests for evaluation of Contingency Tables (for biomedical applications**", JAMSI , 7, no.1, PP. 37-50.
- [7] Min Yuag, Jinfeng Xu, Yaning Yang, Gang Zheng, (2011), "**A robust test for multi-ordered 2xj ordinal Contingency Tables**", statistics and its interface,v.4 ,pp. 1-10.

[٨] القيسي، باسم شليبه، (٢٠١٣)، "مقارنة مقياسي الارتباط الانتروبي (Entropy) مع بعض المقاييس الشائعة لقياس الارتباط في جداول التوافق من درجة (KxK)"، مجلة الكوت للعلوم الاقتصادية والإدارية، العدد السابع، ص ص 340-359.

[9] Jan Kalina, (2011), "Some tests for evaluation of Contingency Tables (for biomedical applications", JAMSI , 7, no.1. PP. 37- 50.

[١٠] الجنابي، ضوية سلمان حسن والشمري، نذير عباس ابراهيم وعبود، سهيل نجم، (٢٠١٢) "تحليل البيانات المصنفة وتطبيقاتها"، العراق، بغداد، مكتب الجزيرة للطباعة والنشر، الطبعة الأولى، ص 5-45 .

[11] Jan Kalina, (2011), "Some tests for evaluation of Contingency Tables (for biomedical applications", JAMSI , 7, no.1. PP. 37- 50.

[12] Jan Kalina, (2012), "Non linear trend modeling in the analysis of categorical data", the 6th international days of statistics and economics, prague, sep. 13-15, 2012, PP. 519-529.

[13] Jan Kalina, (2011), "Some tests for evaluation of Contingency Tables (for biomedical applications", JAMSI , 7, no.1. PP. 37- 50.

[14] Jan Kalina, (2012), "Non linear trend modeling in the analysis of categorical data", the 6th international days of statistics and economics, prague, sep. 13-15, 2012, PP. 519-529.

[15] Jan Kalina, (2011), "Some tests for evaluation of Contingency Tables (for biomedical applications", JAMSI , 7, no.1. PP. 37- 50.

[١٦] الحسنوي، اموري هادي والقيسي، باسم شليبه، (٢٠٠٢)، "القياس الاقتصادي المتقدم - النظرية والتطبيق"، العراق، بغداد، مكتبة دنيا الأمل، ص. ص (90-170).

[١٧] الحسنوي، اموري هادي والقيسي، باسم شليبه، (٢٠٠٢)، "القياس الاقتصادي المتقدم - النظرية والتطبيق"، العراق، بغداد، مكتبة دنيا الأمل، ص. ص (90-170).

[١٨] الحسنوي، اموري هادي والقيسي، باسم شليبه، (٢٠٠٢)، "القياس الاقتصادي المتقدم - النظرية والتطبيق"، العراق، بغداد، مكتبة دنيا الأمل، ص. ص (90-170).

- [١٩] الحسناوي، اموري هادي والقيسي، باسم شليبه، (٢٠٠٢)، "القياس الاقتصادي المتقدم - النظرية والتطبيق"، العراق، بغداد، مكتبة دنيا الأمل، ص. ص (221-224).
- [20] Jan Kalina, (2011), "Some tests for evaluation of Contingency Tables (for biomedical applications", JAMSI , 7, no.1. PP.37-50.
- [٢١] الحسناوي، اموري هادي والقيسي، باسم شليبه، (٢٠٠٢)، "القياس الاقتصادي المتقدم - النظرية والتطبيق"، العراق، بغداد، مكتبة دنيا الأمل، ص. ص (221-224).
- [٢٢] الحسناوي، اموري هادي والقيسي، باسم شليبه، (٢٠٠٢)، "القياس الاقتصادي المتقدم - النظرية والتطبيق"، العراق، بغداد، مكتبة دنيا الأمل، ص. ص (221-224).
- [٢٣] الحسناوي، اموري هادي والقيسي، باسم شليبه، (٢٠٠٢)، "القياس الاقتصادي المتقدم - النظرية والتطبيق"، العراق، بغداد، مكتبة دنيا الأمل، ص. ص (221-224).

المصادر:

- [١] الجنابي، ضوية سلمان حسن والشمري، نذير عباس ابراهيم وعبود، سهيل نجم، (٢٠١٢) "تحليل البيانات المصنفة وتطبيقاتها"، العراق، بغداد، مكتب الجزيرة للطباعة والنشر، الطبعة الأولى.
- [٢] الحسناوي، اموري هادي والقيسي، باسم شليبه، (٢٠٠٢)، "القياس الاقتصادي المتقدم - النظرية والتطبيق"، العراق، بغداد، مكتبة دنيا الأمل.
- [٣] القيسي، باسم شليبه، (٢٠١٣)، "مقارنة مقياسي الارتباط الانتروبي (Entropy) مع بعض المقاييس الشائعة لقياس الارتباط في جداول التوافق من درجة (KxK)"، مجلة الكوت للعلوم الاقتصادية والإدارية، العدد السابع.
- [٤] المشهداني، كمال علوان خلف وعبودي، عماد حازم، (٢٠٠٩)، "اختبار الفرضيات الإحصائية" العراق، بغداد، مكتب الجزيرة للطباعة والنشر، الطبعة الأولى.
- [٥] المشهداني، كمال علوان خلف وعبودي، عماد حازم وعبد الله، سهيل نجم، (٢٠١٢)، "الاختبارات الإحصائية تطبيقات محوسبة باستخدام برنامج spss"، شركة بابل للطباعة المحدودة.

- [6] Alan Agresti, Brent A.coull, (2002), "The analysis of Contingency Tables under inequality constraints", Journal of statistics planning and Inference ,107 ,45-73.

- [7] Anthony Tanbakuchi, (2009), "**Tests of independence and homogeneity–Contingency Tables**", www.tanbakuchi.com/.../LH_LEC.0640.HypTest.Indep.
- [8] Herbert M. krizer, (1978), "**Analyzing Contingency Tables By Weighted Least Squares: An Alternative To The Goodman Approach**", political methodology, v.5, p 277.
- [9] Jan Kalina, (2012), "**Non linear trend modeling in the analysis of categorical data**", the 6th international days of statistics and economics, prague, sep. 13–15, 2012.
- [10] Jan Kalina, (2011), "**Some tests for evaluation of Contingency Tables (for biomedical applications)**", JAMSI , 7, no.1.
- [11] Kerby shedden, (2011), "**categorical data and Contingency Tables**", <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.
- [12] Lee–Shen Chen, Ming–Chung Yang, (2009), "**Non Informative Bayesian p–Value for testing marginal homogeneity in 2x2 Contingency Tables**", tamkang journal of mathematics, v.40, no.40, pp. 415–427.
- [13] Minerva Montero, Ernestina Castell, Mario Miguel Ojeda, (2007), "**Fitting A Multilevel Linear Model To A sample of Contingency Tables using Generalized least squares**", revista investigacion oper Cional, v.28 ,no.3, pp. 204–214.
- [14] Min Yuag, Jinfeng Xu, Yaning Yang, Gang Zheng, (2011), "**A robust test for multi–ordered 2xj ordinal Contingency Tables**", statistics and its interface, v.4 ,pp.1–10
- [15] S. R. Lipsitz, G. M. Fitzmaurice, (1999), "**analysis categorical data**", biometrics, v.I, EOLSS.

الملاحق

الملحق A

$$Y = X\theta + U \quad , \quad U \sim (0, W)$$

إذ أن:

$$Y = \begin{bmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \\ \hat{p}_3 \\ \vdots \\ \hat{p}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{m_{11}}{m_1} \\ \frac{m_{12}}{m_2} \\ \frac{m_{13}}{m_3} \\ \vdots \\ \frac{m_{1K}}{m_K} \end{bmatrix} \quad , \quad X = \begin{bmatrix} 1 & s_1 \\ 1 & s_2 \\ 1 & s_3 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & s_K \end{bmatrix} \quad , \quad \theta = \begin{bmatrix} P \\ \beta \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{w_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{w_K} \end{bmatrix} \quad , \quad W^{-1} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_K \end{bmatrix}$$

وان:

$$W_1 = \frac{m_1}{\hat{p}(1-\hat{p})} \quad , \quad W_2 = \frac{m_2}{\hat{p}(1-\hat{p})} \quad , \quad \dots \quad , \quad W_K = \frac{m_K}{\hat{p}(1-\hat{p})}$$

$$\hat{X} W^{-1} X = [\hat{P}(1 - \hat{P})]^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^K m_k & \sum_{k=1}^K s_k m_k \\ \sum_{k=1}^K s_k m_k & \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k \end{bmatrix}$$

$$[\hat{X} W^{-1} X]^{-1} = \frac{\hat{P}(1 - \hat{P})}{m \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - (\sum_{k=1}^K s_k m_k)^2} \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k & - \sum_{k=1}^K s_k m_k \\ - \sum_{k=1}^K s_k m_k & \sum_{k=1}^K m_k \end{bmatrix}$$

$$\hat{X} W^{-1} Y = [\hat{P}(1 - \hat{P})]^{-1} \left[\sum_{k=1}^K s_k m_k \right]$$

$$\hat{\theta}_{wls} = \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{m_s \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - (\sum_{k=1}^K s_k m_k)^2}{m \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - (\sum_{k=1}^K s_k m_k)^2} \\ \frac{m \sum_{k=1}^K s_k m_k - m_s \sum_{k=1}^K s_k m_k}{m \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - (\sum_{k=1}^K s_k m_k)^2} \end{bmatrix}$$

الملحق B

(اختبار قيد متوفر واحد من جدول التوافق)

إن اختبار الفرضية الآتية:

$$H_0: \beta = 0$$

التي يمكن وضعها بالشكل الآتي:

$$H_0: R\theta = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} P \\ \beta \end{bmatrix} = 0$$

$$R[\hat{X} W^{-1} X]^{-1} \hat{R} = \frac{m \hat{p}(1 - \hat{p})}{Q}$$

إذ أن:

$$Q = m \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - \left(\sum_{k=1}^K s_k m_k \right)^2, \quad P = \frac{m_s}{m}, \quad (1 - p) = 1 - \frac{m_s}{m}$$

$$= \frac{m_f}{m}$$

لذا يصبح لدينا الآتي:

$$R[\hat{X} W^{-1} X]^{-1} \hat{R} = \frac{m_s m_f}{mQ}, \quad [R[\hat{X} W^{-1} X]^{-1} \hat{R}]^{-1} = \frac{mQ}{m_s m_f}$$

أي أن:

$$[R[\hat{X} W^{-1} X]^{-1} \hat{R}]^{-1} = \frac{m(m \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - (\sum_{k=1}^K s_k m_k)^2)}{m_s m_f}$$

$$R\hat{\theta}_{WLS} = \hat{\beta} \quad , \quad \hat{\theta}_{WLS} R = [R\hat{\theta}_{WLS}]' = \hat{\beta}' = \hat{\beta}$$

وبتطبيق صيغة الاختبار (11) نحصل على الآتي:

$$\varphi = \frac{\hat{\beta}^2}{m_s m_f \frac{m(\sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - (\sum_{k=1}^K s_k m_k)^2)}{m(\sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - (\sum_{k=1}^K s_k m_k)^2)}}$$

وبتعويض قيمة $\hat{\beta}$ وإجراء بعض الاختصارات نحصل على الآتي:

$$\varphi = \frac{m(m \sum_{k=1}^K s_k m_k - (\sum_{k=1}^K s_k m_k)^2)}{m_s m_f (m \sum_{k=1}^K s_k^2 m_k - (\sum_{k=1}^K s_k m_k)^2)} = \frac{\hat{\beta}^2}{v(\hat{\beta})} \sim X_{(1)}^2 = \text{cochran-}$$

armitage test.