التنبؤ باستخدام الأنموذجين
$GM(1,1)$ و $FGM(1,1)$ للأنظمة الرمادية
(Grey System)

Predict the use of two models for gray systems

المدرس المساعد
هالة فاضل حسين
مركز بحوث السوق وحماية المستهلك

Assistant Lecturer.HalaFadil Hussein / Market Research and Consumer Protection Center, University of Baghdad

الخلاصة

في نظريات الانظمة عموماً، ان كل نظام يمكن ان يعد نظاماً رمادياً في حالة وجود المبدأ غير الاكيد في وصف المعلومات الخاصة به سواء كانت معادلات او خصائص غير كافية وغير تامة. ففي هذا البحث تم استخدام الانموذج الرمادي $GM(1,1)$ للتنبؤ بكميات الانتاج للرز في العراق، ومن ثم تطبيق اسلوب فورير لتعديل البواقي الناتجة عن مطابقة الانموذج الرمادي $FGM(1,1)$. وقد بينت هذه الدراسة بأن الربط بين هذين الانموذجين ساهم في الحصول على طريقة كفوءة للتنبؤ بانتاج الرز، اضافة الى تحسين دقة التنبؤ في حالة وجود سلسلة زمنية قصيرة المدى وذات تقلبات معنوية.

Abstract

In Systems theories, every system can be considered as a grey system, in the case of the principle of non – certainty to describe the information of it whether equations or in sufficient and properties.

In this paper, the grey model was used for forecasting of production of rice in Iraq, and then combining the Grey forecasting model $GM(1,1)$ and Fourier residual modification $FGM(1,1)$ to refine the forecasting effectiveness for the data.

This study show that the combining between the two models providing an effective method for forecasting the rice production, and improving the accuracy of forecasting in case of time series of short – term with significant fluctuations.

١. المقدمة وخلفيات الموضوع

في نظريات الانظمة عموماً، يمكن تعريف النظام باللون الذي يمثل كمية المعلومات التي تصفه بشكل واضح او معلوم. فمثلاً يمكن ان يعرف النظام بالصندوق الاسود اذا كانت صفاته ومعادلاته الرياضية التي تصف آلية عمله غير معلومة تماماً. في حين اذا كان وصف النظام معلوم تماماً فأنه يمكن ان يسمى بالنظام الابيض. وبالمثل اذا امتلك النظام الحالتين معاً فأنه يعرف بالنظام الرمادي (Grey System). والجدير بالذكر ان كل نظام يمكن ان يعد نظاماً رمادياً في حالة وجود المبدأ غير الاكيد في وصف المعلومات الخاصة به سواء كانت معادلات او خصائص غير كافية (Insufficient) او غير تامة (Incomplete).

لقد تطورت نظرية النظام الرمادي خلال العقدين الاخيرين تطوراً ملحوظاً وسريعاً، ولاقت اهتماماً واسعاً من قبل الكثير من الباحثين والمتخصصين في مجال السلاسل الزمنية، حيث طبقت بنجاح في مختلف الانظمة الاجتماعية والاقتصادية والمالية اضافة الى الطب والموارد المائية وغيرها.

لقد اقترحت هذه النظرية اولاً من قبل الباحث (Deng, 1982)[١] وتطبيقها على الانظمة غير المؤكدة في حالة توافر معلومات جزيئة معلومة واخرى جزيئة غير معلومة. وبين الباحث ان طرائق التنبؤ التقليدية باستخدام السلاسل الزمنية مثلاً، فهي عادة تتطلب حجم عينة كبير وبالاخص تطبيقات نماذج (Box - Jenkins) المعروفة بنماذج الانحدار الذاتي – الاوساط المتحركة ($ARMA$)، فضلاً عن وجوب معرفة التوزيع الاحصائي وذلك من اجل الحصول على تقدير كفوء وتنبؤ دقيق للمعلمات التي يراد تقديرها.

وبالمقابل، فأن النظرية الرمادية (Grey Theory) تمتلك خاصية رئيسة تمثل صميم نظرية التنبؤ الرمادية وهي انها لا تحتاج الى افتراضات حول مجموعة البيانات المدروسة سواء كانت مدخلات متعددة او بيانات متقطعة وكافية (Sufficient and discrete data).

لقد وضع (Deng)[١] خوارزمية الانموذج الرمادي (Grey model) بالاعتماد على عدد المتغيرات الداخلة في الانموذج اضافة الى رتبة معادلة الفروق. واطلق عليه اختصاراً $GM(n,m)$. حيث ان (n) تمثل رتبة معادلة الفروق و (m) عدد المتغيرات. إلا أن اغلب البحوث قد ركزت على الانموذج $GM(1,1)$ في التنبؤ بسبب كفاءة الحسابات المستخدمة في خوارزمية الانموذج.

لقد استخدمت نظرية النظام الرمادي في كثير من البحوث واعتمدتها الكثير من الجامعات والمؤتمرات العلمية. ففي اوائل (١٩٩٠) بدات هذه النظرية تدخل ضمن المناهج في بعض الجامعات الامريكية والصين واليابان واستراليا وغيرها. كما تأسست جمعية خاصة بالنظام الرمادي في الصين عام (١٩٩٦)، وبدأت تنتشر بشكل واسع في الدوريات الاكاديمية مثل مجلة النظام الرمادي التي تصدر في بريطانيا منذ عام (١٩٨٩)[٥].

وفي عام (٢٠٠٢) اقترح الباحث (Wang)[٩] توافيق من التقنيات المضببة ونظرية النظام الرمادي $GM(1,1)$ للتنبؤ باسعار الخزين وتوصل الى ان الانموذج كان كفوءاً بدرجة عالية.

وقد بين كل من (Shen, wu and Du, 2006)[٧] ان سلسلة فورير عند تطبيقها في الانظمة الرمادية يمكن ان تنتج تقديرات دقيقة عندما تكون بيانات العينة ذات تقلبات معنوية.

وفي دراسة اخرى قام الباحثان (Huang & Jane) عام (٢٠٠٩)[٣] بدمج نماذج الانحدار الذاتي التي تتضمن متغيرات خارجية (ARX) مع التنبؤات الرمادية للتنبؤ بأقيام سلسلة زمنية معنية وبين الباحثان ان الطريقة المهجنة ذات دقة عالية في التنبؤ افضل من طريقة الانموذج $GM(1,1)$.

وفي عام (٢٠١١) قدم الباحثان (Huang &Lee)[٤] اسهاماً تطبيقاً في ربط التنبؤ الرمادي باستخدام الانموذج $GM(1,1)$ مع نماذج التنبؤ الرمادية المعدلة للبواقي باستخدام سلسلة فورير (Fourier Residual Modification Grey Forecasting Model) والتي يرمز لها اختصاراً $FGM(1,1)$. وبين ان التنبؤات الناتجة كانت دقيقة بالاعتماد على معايير دقة التنبؤ.

وفي عام (٢٠١٤) قام الباحثان (wang&Phan)[١٠] بدراسة كيفية تحسين دقة التنبؤ باستخدام انموذج التنبؤ الرمادي $GM(1,1)$ وبالتالي تنقية البواقي باستخدام سلسلة فورير.

٢. الجانب النظري

ان النماذج الرمادية للتنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة الزمنية تعتمد اساساً على مجموعة من البيانات الحديثة. وقد افترض ان قيم المشاهدات المستخدمة في النماذج الرمادية تكون موجبة وان تكرار المعاينة للسلسلة الزمنية يكون ثابت.

ان التنبؤ الرمادي هو تنبؤ كمي يعتمد على دالة التوليد الرمادية بأستخدام خوارزمية الانموذج $GM(1,1)$. وهو مشتق من النظام الرمادي وله فوائد عدة، منها انه يمكن ان يستخدم في الحالات التي تكون فيها البيانات محدودة وقد تصل الى اقل من (٤) مشاهدات. كما يمكن استخدامه للتنبؤ في بيئة تنافسية عندما تكون البيانات متقطعة وقليلة لتصف النظام غير المعلوم.

١,٢: انموذج التنبؤ الرمادي $GM(1,1)$ Grrey Forecasting Model

ان خوارزمية الانموذج $GM(1,1)$ قد وضحت من قبل (Deny, 1989)[٢] و (Lin & yang, 2003)[٦]. وبافتراض ان سلسلة البيانات الخام تتمثل بالمتسلسلة X_0 أي:

$$X_0=(X_0(1),X_0(2),...,X_0(n))$$

فأن خوارزمية الانموذج تتضمن الخطوات الآتية:

الخطوة الاولى: تكوين متسلسلة ناتجة عن عملية توليد تراكمية من الرتبة الاولى حيث ان X_1 يمثل متسلسلة الرتبة الاولى للمتسلسلة X_0. أي ان:

$$X_1=(X_1(1),X_1(2),...,X_1(n))'$$

اذ ان:

$$X_1(1)=\sum_{k=1}^{1}X_0(k)$$

$$X_1(2)=\sum_{k=1}^{2}X_0(k)$$

$$\vdots \qquad ...(1)$$

$$X_1(n)=\sum_{k=1}^{n}X_0(k)$$

الخطوة الثانية: تحديد المعلمات (b,a)

ان المعادلة التفاضلية من الرتبة الاولى للانموذج $GM(1,1)$ تكون كما ياتي:

$$\frac{\partial X_1(t)}{\partial t}+ax_1(t)=b \qquad ...(2)$$

اذ ان:

(t): تشير الى المتغيرات المستقلة في النظام

a: المعامل المطور Developed Coefficient

b: متغير السيطرة الرمادي Grey Controlled variable

(b,a): معلمات الانموذج المراد تحديده

الخطوة الثالثة: تقدير قيم (a) و (b)

يمكن الحصول على تقدير (a) و (b) باستخدام طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) وكما يأتي:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B'B)^{-1} B'Y \qquad ...(3)$$

اذ ان المصفوفة التراكمية (B) تحسب بالشكل الآتي:

$$B = \begin{bmatrix} -0.5[X_1(1)+X_1(2)] & 1 \\ -0.5[X_1(2)+X_1(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -0.5[X_1(n-1)+X_1(n)] & 1 \end{bmatrix} \qquad ...(4)$$

$$Y = [X_0(2), X_0(3), \ldots X_0(n)]' \qquad ...(5)$$

الخطوة الرابعة: تحديد انموذج التنبؤ

ان العلاقة التقريبية يمكن الحصول عليها بواسطة تعويض (a)في المعادلة التفاضلية وحل سلسلة البيانات الخام وكما يأتي:

$$\hat{X}_1(k+1) = \left[X_0(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} \qquad ...(6)$$

الخطوة الخامسة: وهي تمثل الحصول على القيم التنبؤية اعتماداً على معكوس عملية التوليد التجميعية وذلك من خلال:

$$\hat{X}_0(k+1) = \hat{X}_1(k+1) - \hat{X}_1(k) \qquad ...(7)$$

اذ ان $k = 1,2,\ldots,n$ وان المتسلسلة $(\hat{X}_0)$ يمكن الحصول عليها كما ياتي:

$$\hat{X}_0 = \{\hat{X}_0(2), \hat{X}_0(3), \ldots, \hat{X}_0(n)\}$$

وأن $\hat{X}_1(1) = \hat{X}_0(1)$

٢,٢: انموذج التنبؤ الرمادي المعدل لبواقي فوريير (FGM)

Fourier Residual Modification Grey Forecasting model

اقترح هذا الانموذج من قبل كل من (Tan and Chang, 1996)[٨] حيث بين الباحثان ان النظام الطبيعي المستقر او الثابت في العالم الحقيقي عادة لا يتم اختباره او فحصه، وان الانموذج الرمادي يكون غير قادر للتنبؤ بالتباين غير الثابت، الامر الذي يجعل دقة التنبؤ واطئة، وعليه فأن طريقة تعديل بواقي الانموذج $GM(1,1)$ تكون ملائمة لمثل هذه الحالات، وان استخدام الانموذج المعدل $FGM(1,1)$ يزيد من دقة التنبؤات.

والخطوات التالية توضح الطريقة المستخدمة لتصحيح البواقي باستخدام الانموذج $FGM(1,1)$:

الخطوة الاولى: الحصول على سلسلة البواقي $GM(1,1)$:

عند احتساب متسلسلة معكوس عملية التوليد التراكمية في المعادلة (٧) فأن سلسلة البواقي تكون معرفة بالشكل الآتي:

$$r_0=(r_0(2),r_0(3),...,r_0(n))'$$

أذ أن:

$$r_0(k)=r_0(k)-\hat{r}_0(k)\,, \qquad k=2,3,...,n \qquad ...(8)$$

الخطوة الثانية: تحديد الانموذج $FGM(1,1)$

ان متسلسلة البواقي يمكن نمذجتهابأستخدام سلسلة فوريير وكما يأتي:

$$\hat{r}_0(k)=\frac{1}{2}\alpha_0+\sum_{k=1}^{z}\left[\alpha_i\cos(\frac{2\pi}{T}(k))+\beta_i\sin(\frac{2\pi}{T}(k))\right] \qquad ...(9)$$

اذ ان $k=2,3,...,n$ ، $T=n-1$ و $z=\left[\frac{T}{2}\right]-1$

الخطوة الثالثة: من الصيغة $P.C=r_0$ يمكن ايجاد القيمة التقديرية في (C) وكما يأتي:

$$C=(P'P)^{-1}P'r_0 \qquad ...(10)$$

اذ ان:

$$P=\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \cos(\frac{2\pi.1}{T}.2) & \sin(\frac{2\pi.1}{T}.2) & ... & \cos(\frac{2\pi.z}{T}.2) & \sin(\frac{2\pi.z}{T}.2) \\ \frac{1}{2} & \cos(\frac{2\pi.1}{T}.3) & \sin(\frac{2\pi.1}{T}.3) & ... & \cos(\frac{2\pi.z}{T}.3) & \sin(\frac{2\pi.z}{T}.3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \\ \frac{1}{2} & \cos(\frac{2\pi.1}{T}.n) & \sin(\frac{2\pi.1}{T}.n) & ... & \cos(\frac{2\pi.z}{T}.n) & \sin(\frac{2\pi.z}{T}.n) \end{bmatrix} \qquad ...(11)$$

$$C=(\alpha_0,\alpha_1,\beta_1,\alpha_2,\beta_2,...,\alpha_z,\beta_z)' \qquad ...(12)$$

الخطوة الرابعة: تعويض قيم المتجة (C) في سلسلة فورير المعرفة بالصيغة (٩) للحصول على قيم البواقي المعدلة $[\hat{r}_0]$ وكما ياتي:

$$\hat{r}_0 = (\hat{r}_0(2), \hat{r}_0(3), \ldots, \hat{r}_0(n))$$

الخطوة الخامسة: ان قيمة التنبؤ النهائية ستكون كما يأتي:

$$\hat{X}_f(1) = \hat{X}_0(1)$$

$$\hat{X}_f(k) = \hat{X}_0(k) + \hat{r}_0(k) \quad , \quad k = 2,3,\ldots,n \qquad \ldots(11)$$

٣,٢: معايير دقة التنبؤ

لتخمين دقة التنبؤ، فأن هناك معايير كثيرة يمكن من خلالها لمتخذي القرار اعتمادها منها:

١. متوسط الاخطاء المطلقة النسبية $MAPE$

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\left|X(k) - \hat{X}_f(k)\right|}{X(k)} \qquad , k = 1,\ldots,n$$

٢. نسبة الخطأ:

$$H = \frac{S_2}{S_1}$$

اذ ان:

$$S_1 = \left[\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(X(k) - \overline{X})^2\right]^{1/2}$$

$$S_2 = \left[\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(r(k) - \overline{r})^2\right]^{1/2}$$

$$r(k) = X(k) - \hat{X}(k)$$

وكلما كانت H هي الاصغر فأن دقة الانموذج ستكون هي الافضل

٣. معيار الدقة: P ويحتسب كما يأتي:

$$P = 1 - MAPE$$

الجانب العملي:

تم استخدام البيانات السنوية عن انتاج الرز (الشلب) في العراق للفترة من (١٩٩٥ – ٢٠٠٩) التي تم الحصول عليها من وزارة التخطيط والتعاون الانمائي/ الجهاز المركزي للاحصاء وهي تضم (١٥) مشاهدة سنوية والموضحة في الجدول رقم (١) ادناه:

جدول رقم (١) يوضح الانتاج السنوي لمحصول الرز (الشلب) للسنوات (١٩٩٥ – ٢٠٠٩)

السنوات	الانتاج (طن)
١٩٩٥	٣١٢٨٠٤
١٩٩٦	٢٨٢٩٣٥
١٩٩٧	٢٧٤٢٥٥
١٩٩٨	٢٨٩٤٧٥
١٩٩٩	٢١٨٤٨٤
٢٠٠٠	٣٠٣٩٧٩
٢٠٠١	٢٦١٢٣٢
٢٠٠٢	١٩٣٧٦٧
٢٠٠٣	٢٢٧٤٩٩
٢٠٠٤	٢٥٠٢٧٥
٢٠٠٥	٣٠٨٦٦٠
٢٠٠٦	٣٦٣٣٣٨
٢٠٠٧	٣٩٢٨٠٣
٢٠٠٨	٢٤٨٢٥٧
٢٠٠٩	٢٧٣٠٧٤

الانموذج $GM(1,1)$: ان مشاهدات السلسلة تتمثل بالمتسلسلة X_0 وان توليد السلسلة التراكمية ستكون بالشكل الآتي:

$$X_1(1)=X_0(1)=312804$$
$$X_1(2)=X_0(1)+X_0(2)=595739$$
$$\vdots$$
$$X_1(15)=X_0(1)+...+X_0(15)=4200837$$

وبالتالي فأن المصفوفة (β) تكون كما يأتي:

$$B=\begin{bmatrix} -454271.5 & 1 \\ -732866.5 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -4064300 & 1 \end{bmatrix}$$

وأن المتجه Y:

$$Y=\begin{bmatrix}282935 & 274255 & \dots & 273074\end{bmatrix}'$$

وعليه المقدران لـ (a) و (b) ستكون:

$$\begin{bmatrix}\hat{a}\\ \hat{b}\end{bmatrix}=(\beta'\beta)^{-1}\beta Y=\begin{pmatrix}14 & -3.08185E+07\\ & 8.48611E+13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3888033\\ -8.77459E+12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-0.012679\\ 249806.7\end{pmatrix}$$

وبأستخدام الصيغة (٦) نحصل على:

$$\hat{X}_1(k+1)=\left[312804+\frac{249806.7}{0.012679}\right]e^{0.012679k}-\frac{249806.7}{0.012679}$$

$$=20492681.2\,e^{0.012679k}-20179877.2$$

اما القيم التنبؤيةبأستخدام الانموذج $GM(1,1)$ تتم من خلالها الصيغة (٧) وكما يأتي:

$$\hat{X}_1(1)=\hat{X}_0(1)=312804$$

$$\hat{X}_1(2)=20492681.2e^{0.012679(1)}-20179877.2=568192$$

$$\hat{X}_1(3)=20492681.2e^{0.012679(2)}-20179877.2=826840$$

$$\vdots$$

اذ ان:

$$\hat{X}_0(2)=\hat{X}_1(2)-\hat{X}_1(1)=568192-312804=255388$$

$$\hat{X}_0(3)=\hat{X}_1(3)-\hat{X}_1(2)=258648$$

والجدول رقم (٢) يبين القيم التنبؤية لسلسلة انتاج الرز مع قيم الخطأ ومتوسط الاخطاء المطلقة النسبية $MAPE$ اضافة الى معيار الدقة (P)للانموذج $GM(1,1)$.

الانموذج $FGM(1,1)$: بعد احتساب القيم التنبؤيةللانموذج $GM(1,1)$ فأن سلسلة البواقي يمكن ايجادها وفق الصيغة (٨). وعند تطبيق خوارزمية الانموذج $FGM(1,1)$ باستخدام تحويل فورير ينبغي تحديد المصفوفة (P) والمعرفة بالصيغة (١١) حيث ان $(T=14)$ و $(z=6)$ وان $(K=2,...,15)$. وبذلك فأن المصفوفة (P) تحسب بالشكل الآتي:

$$P=\begin{bmatrix} 0.5 & \cos(88/98) & \sin(88/98) & \dots & \cos(528/98) & \sin(528/98) \\ 0.5 & \cos(132/98) & \sin(132/98) & \dots & os(792/98) & \sin(792/98) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.5 & \cos(660/98) & \sin(660/98) & \dots & \cos(3960/98) & \sin(3960/98) \end{bmatrix}$$

وهي من رتبة (13×14).

ويتم ايجاد قيم المعلمات المقدرة c من خلال الصيغة (١٠) والتي توظف في الصيغة رقم (٩) ليتم الحصول على التنبؤات المعدلة لسلسلة البواقي $\hat{r}_0(K)$. حيث يتم اضافتها الى القيم التنبؤية الناتجة عن تطبيق الانموذج $GM(1,1)$ وذلك للحصول على القيم التنبؤية المعدلة النهائية.

والجدول رقم (٢) يوضح نتائج مطابقة الانموذج $FGM(1,1)$ مع القيم التنبؤية المعدلة للبواقي اضافة الى المعيارين ($MAPE$) و (P).

جدول رقم (٢) يبين نتائج تطبيق الانموذجين $GM(1,1)$ و $FGM(1,1)$

Acual data	$GM(1,1)$			$FGM(1,1)$			
	Forecasts	Error	Percentage Error %	Forecasts $\hat{r}_0$	Modified Forecasts $\hat{X}_f$	Final Errors	Percentage Error %
٣١٢٨٠٤	٣١٢٨٠٤	٠			٣١٢٨٠٤	٠	
٢٨٢٩٣٥	٢٥٥٣٨٨	٢٧٥٤٧	٩,٧	٢٥٣٩٩,١	٢٨٠٧٨٧,١	٢١٤٧,٩	٠,٨
٢٧٤٢٥٥	٢٥٨٦٤٨	١٥٦٠٧	٥,٧	١٨٢١٦,٢	٢٧٦٨٦٤,٢	-٢٦٠٩,٢	-٠,٩
٢٨٩٤٧٥	٢٦١٩٤٦	٢٧٥٢٩	٩,٥	٢٧٤٧٧,٥	٢٨٩٤٢٣,٥	٥١,٥	٠,١
٢١٨٤٨٤	٢٦٥٢٩٠	-٤٦٨٠٦	-٢١,٤*	-٣١٩٩١,٩	٢٣٣٢٩٨,١	-١٤٨١٤,١	-٦,٧
٣٠٣٩٧٩	٢٦٨٦٧٤	٣٥٣٠٥	١١,٦	١٧٦٩٤,٥	٢٨٦٣٦٨,٥	١٧٦١٠,٥	٥,٨
٢٦١٢٣٢	٢٧٢١٠٢	-١٠٨٧٠	-٤,٢	-٨٤٨٧,٤	٢٦٣٦١٤,٦	-٢٣٨٢,٦	-٠,٩
١٩٣٧٦٧	٢٧٥٥٧٤	-٨١٨٠٧	-٤٢,٢*	-٤٤١٣٨,٥	٢٣١٤٣٥,٧	-٣٧٦٦٨,٧	-١٩,٤
٢٢٧٤٩٩	٢٧٩٠٩٠	-٥١٥٩١	-٢٢,٧*	-٢٩٨٢٥,٥	٢٤٩٢٦٤,٥	-٢١٧٦٥,٥	-٩,٦
٢٥٠٢٧٥	٢٨٢٦٥٢	-٣٢٣٧٧	-١٢,٩	-٤٠٦٨٧,١	٢٤١٩٦٤,٩	٨٣١٠,١	٣,٣
٣٠٨٦٦٠	٢٨٦٢٥٨	٢٢٤٠٢	٧,٣	٥١٧٢,٤	٢٩١٤٣٠,٤	١٧٢٢٩,٦	٥,٦
٣٦٣٣٣٨	٢٨٩٩١٠	٧٣٤٢٨	٢٠,٢*	٧٤٧٤٥,٠	٣٦٤٧٠٥,٠	-١٣٦٧,٠	-٠,٢
٣٩٢٨٠٣	٢٩٣٦١٠	٩٩١٩٣	٢٥,٣*	١٠٩٥٣٦,٦	٤٠٣١٤٦,٦	-٧٣٣٤٣,٦	-٢,٦
٢٤٨٢٥٧	٢٩٧٣٥٨	-٤٩١٠١	-١٩,٨	-٥٩٨٣٥,٨	٢٣٧٥٢٢,٢	١٠٧٣٤,٨	٤,٣
٢٧٣٠٧٤	٣٠١١٤٨	-٢٨٠٧٤	-١٠,٣	-١٥١٨٨,٠	٢٨٥٩٦٠,٠	-١٢٨٨٦	-٤,٥
$MAPE$	١٥,٩١			٤,٦٤			
P	٨٤,٠٩			٩٥,٣٦			
H	٣,٥١			١,٨٣			

اما القيم التنبؤية للسنوات (٢٠١٠ – ٢٠١٤) فهي كما في الجدول رقم (٣) وكما ٣٠٣٩٧٩يأتي:

جدول رقم (٣) يبين القيم التنبؤية للسنوات (٢٠١٠ – ٢٠١٤) باستخدام الأنموذجين

القيم التنبؤية باستخدام $FGM(1,1)$	القيم التنبؤية باستخدام $GM(1,1)$	السنة
٢٩٠٨٠٤٠,٤	٣٠٤٩٩٢	٢٠١٠
٢٩٤٥٥٣,٧	٣٠٨٨٨٦	٢٠١١
٢٩٨٣٠٩,٠	٣١٢٨٢٤	٢٠١٢
٣٠٢١١٥,٨	٣١٦٨١٦	٢٠١٣
٣٠٥٩٧٢,١	٣٢٠٨٦٠	٢٠١٤

٤. الاستنتاجات والتوصيات

٤,١: الاستنتاجات

تأسيساً على النتائج التي تم التوصل اليها في الجانب التطبيقي فقد تم الحصول على جملة من الاستنتاجات وكما يأتي:

١. ان ربط أنموذج التنبؤ الرمادي بأنموذج فورير اعطى كفاءة تنبؤية عالية بأنتاج الرز.

٢. ان دقة الانموذج كانت هي الاخرى عالية رغم توافر تقلبات معنوية في مشاهدات العينة المدروسة، وهذا بدوره يشير الى عدم تأثر هذه الطريقة بالتغيرات الطارئة والموسمية او ما شابه.

٣. ان هذه الطريقة يمكن تطبيقها في حالة توافر حجوم عينات صغيرة.

٤. ان استخدام الانموذج $FGM(1,1)$ ادى الى تحسين نتائج التنبؤ اعتماداً على معايير المفاضلة مع الانموذج $GM(1,1)$. حيث كانت قيم $MAPE$ و H عند تطبيق الانموذج $FGM(1,1)$ اصغر من قيم المعياريين عند تطبيق الانموذج $GM(1,1)$ بينما كانت P اكبر وهو ما يؤكد الاستنتاج.

٤,٢: التوصيات

١. نوصي بتوسيع الانموذج $GM(1,1)$ بعد اخذ رتبة الفروق وعدد المتغيرات اكبر من واحد.

٢. النتائج التي تم التوصل اليها تطبيقياً توصي بأعتمادها عند التنبؤ بأنتاج الرز.

٣. استخدام المحاكاة للوصول الى نتائج نهائية في اعتماد الانموذج $FGM(1,1)$ من عدمه.

المصادر

1. Deng ,J.I., (1982). "Control Problems of Gray System" Systems and Control Letters,vol.5,pp(1-24).
2. Deng ,J.I., (1989). "Introduction to Grey System Theory", The Journal of Grey System,1,pp(1-24).
3. Huang, K.Y., and Jane, C.J.(2009). "A hybrid Model For Stock Market Forecasting and Portfolio Selection based on ARX, Grey System and RS Theories", Expert Systems with Applications, ,36,pp(5387-5392).
4. Haung , Y. I., and Lee ,Y.H. (2011). "Accurately Forecasting Model For The Stochastic volatility Data in Tourism Demand" ,Modern Economy, 2, pp(823-829).
5. Kayacan ,E., Ulutas,B., and Kayak, O. (2010). "Grey System Theory Based Models in Time Series Predication", Expert Systems with Application ,37, pp(1784-1789).
6. Linc,C.T., and Yang ,S.Y.,(2003). "Forecast the Output Value of Taiwan Optoelectronic Industry Using the Grey Forecasting Model", Technological Forecasting and Social Change, vol,70 no.2, pp(177-189).
7. Shen, D.H.Wu, C.M, and Du, J.C. (2006). "Application of Grey Model to Predict Acaustically Properties and Tira / Road Noise on Asphalt Pavement, proceeding of 2006 IEEE intelligent transportation system conferences ,Toronto, pp(175-180).
8. Tan ,c.L. And Chang ,S.P., (1996). "Residual Correction Method of Fourier Series to GM(1,1) Model", In Proceeding of the First National conference on Grey Theory and Application, Kaoashiung ,Taiwan ,pp(93-101).
9. Wang ,Y.F.,(2002). "Predicting Stock Price Using Fussy Grey Predication System" , Expert Systems With Application , 22, pp(33-39).
10. Wang ,C.N., And Phan ,V.T.,(2014). "An Improvement the Accuracy of Grey Forecasting Model for Cargo Throughout in International Commercial Ports of Kaohsiung", International Journal of Business and Economic Research ,3(1),pp(1-5).